XXIII Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

отборочный тур, решения

2016

3 декабря
24 января

7–8 классы

---

1. Из списка названий астрономических объектов — Тележное колесо, Сомбреро, Кошачий глаз, Магеллановы Облака, Водоворот — вычеркните одно лишнее. Обоснуйте свой ответ.

Решение (8 баллов):

Лишнее Кошачий глаз, т.к. это планетарная туманность, а остальные — галактики.

2. Опишите принципы построения солнечных часов в Петербурге. Выясните, насколько будут отличаться (в самом лучшем случае) показания таких часов от показаний обычных.

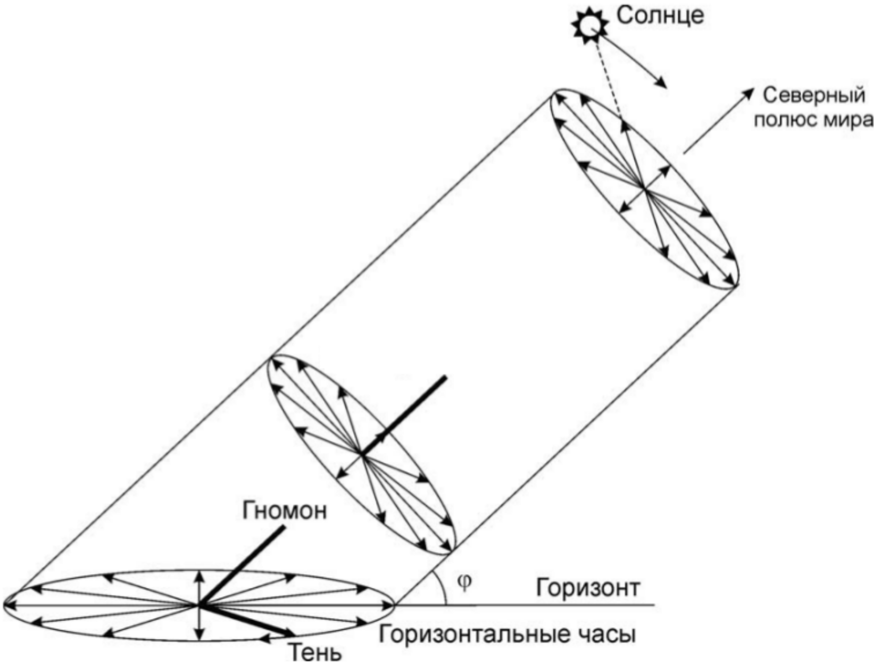
Решение (8 баллов):

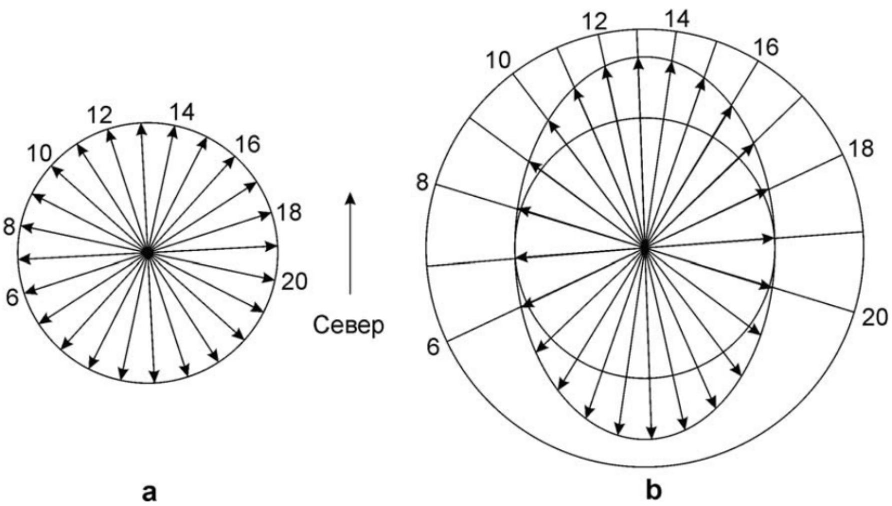
Солнечные часы состоят из двух важных частей — циферблата и гномона. Рассмотрим, как они должны выглядеть для петербургских часов.

Солнце в ходе своего видимого суточного движения равномерно вращается вокруг оси Мира (так называемым «уравнением времени», описывающем реальную неравномерность этого движения, мы пренебрежем). Для того, чтобы определять время наиболее точно в любое время года, гномон солнечных часов должен быть параллелен этой оси. Как известно, высота полюса Мира над горизонтом равна широте местности. Таким образом, гномон должен быть наклонен к горизонту на угол φ, равный широте Петербурга, т.е. на 60°.

Теперь необходимо выяснить, какое время должны показывать наши часы в полдень. Долготу Петербурга можно принять равной $\lambda = 30^\circ$ в.д. Солнечное время в Петербурге отличается от Всемирного как раз на величину λ, выраженную в часах, т.е. на $30^\circ/15 = 2$ часа. Однако известно, что в Петербурге действует московское время, которое отличается от Всемирного на 3 часа. Таким образом, полдень в Петербурге наступает в 13 часов по гражданскому времени, и именно это время должны показывать в полдень солнечные часы. При желании можно учесть, что разница между местным солнечным временем в самой западной и самой восточной точках города составляет несколько минут (при этом поправка на положение деления, соответствующего 13 часам, составит не более 1°). Деления, соответствующие ночи в любое время года, наносить нет смысла, так как ночью солнечные часы, конечно, не работают.

Если расположить циферблат перпендикулярно гномону, то часовые деления будут находиться на равных расстояниях друг от друга (модель «a» на рисунке). Однако, удобнее посторить солнечные часы, циферблат которых расположен горизонтально или вертикально (например, на стене). Рассмотрим принцип построения циферблата горизонтальных солнечных часов (рассуждения для случая настенного циферблата аналогичны). В этом случае равномерный циферблат солнечных часов с перпендикулярным гномоном проектируется на горизонтальную плоскость (см. рисунок). Это приводит к искажению циферблата – растяжению его в направлении «север-юг» на некоторый коэффициент k, зависящий от широты места наблюдения. Те, кто знаком с тригонометрией, могут определить, что $k = 1/\sin\varphi$. Для Петербурга $k = 1/\sin 60^\circ = 1.15$. Конечно, при желании такой циферблат можно сделать также круглым, продолжая отрезки, соответствующие определенным делениям часов, до пересечения с окружностью нужного радиуса (модель «b»). Разумеется, шкала на таком круге уже не будет равномерной.





Что касается второго вопроса задачи, то при вышеописанной схеме построения солнечных часов разница между показаниями солнечных и обычных часов в самый благоприятный момент равна нулю. Так как на самом деле движение истинного Солнца неравномерно, то в течение года погрешность показаний солнечных часов будет изменяться от нуля до ± 16 минут.

3. Перечислите все созвездия, в которых Солнце может находиться для наблюдателя на Сатурне.

Решение (8 баллов):

Сатурн обращается вокруг Солнца почти в той же же плоскости, что и Земля. Поэтому можно ожидать, что на Сатурне Солнце будет проходить по тем же созвездиям, что и на Земле: это 12 зодиакальных созвездий (Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Весы, Скорпион, Стрелец, Козерог, Водолей, Рыбы) и созвездие Змееносца.

Теперь вспомним, что небольшой наклон орбиты Сатурна к плоскости эклиптики все же существует и составляет около 2°. Именно на это угловое расстояние Солнце может отходить от эклиптики для наблюдателя на Сатурне. Несмотря на небольшую величину этого угла, в указанный диапазон попадают созвездия Кита, Ориона и Секстанта. Однако, необходимо учесть, что Солнце может отклоняться как к северу, так и к югу от эклиптики, причем на каждом конкретном участке эклиптики это отклонение постоянно.

Поэтому необходимо проверить, действительно ли путь Солнца на Сатурне проходит через вышеуказанные дополнительные созвездия или нет. Это можно сделать несколькими способами.

Во-первых, можно посмотреть на координаты узлов орбиты Сатурна, т.е. точек, где его орбита пересекается с эклиптикой. В этих же точках путь сатурнианского Солнца будет пересекаться с эклиптикой. На участке между восходящим и нисходящим узлом Солнце будет располагаться севернее эклиптики, а между нисходящим и восходящим — южнее. Таким образом мы увидим, что рядом с Секстантом Солнце находится севернее эклиптики и никак в это созвездие попасть не может.

Во-вторых, можно получить ответ гораздо более простым способом — с помощью моделирования. Используя какую-нибудь программу-планетарий (например, *Stellaruim*), «перенесемся» на Сатурн, и, проследив путь Солнца по небесной сфере в течение орбитального периода Сатурна, убедимся, что Солнце действительно бывает в Ките и Орионе, и не бывает в Секстанте.

Итак, итоговый ответ: 12 зодиакальных созвездий + Змееносец, Кит, Орион.

4. Каким образом быстрее передавать большие объемы информации на будущую станцию на Луне: при помощи проектируемой лазерной связи постоянного действия со скоростью 625 Мбит/с или ежемесячно запускать ракету-носитель Протон-К, который способен доставить к поверхности Луны груз массой 1 т. Принять, что полезный груз составляют современные флэш-накопители.

Решение (8 баллов):

Из названия лазерной связи постоянного действия следует, что сигнал с лунной станцией будет стабильным и круглосуточным. Для дальнейшего удобства стоит перевести скорость связи в Мегабайты в секунду: 625 Мбит/с = 78.125 Мб/с. Тогда определим, какое количество информации можно передать на Луну с Земли за один месяц (30 дней):

$$78.125 \text{ Мб/с} \cdot 86400 \text{ секунд в сутках} \cdot 30 \text{ суток} = 20.25 \times 10^7 \text{ Мб}$$

Теперь надо определить, сколько информации сможет передать ракета-носитель, запускаемая раз в месяц (в те же 30 дней), но груженая флэш-накопителями. На текущий момент уже существуют карты пямяти типа SDXC (обычно такие вставляются в цифровой фотоаппарат) объемом 256 Гб (например, от компаний Kingston или Transcend). Производитель указывает, что масса такой флэшки составляет 2 г. Значит, в качестве полезного груза наберется

$$\frac{1000\text{кг}}{0.002\text{кг}} = 5 \times 10^5 \text{ флэшек} \qquad \text{или} \qquad 5 \times 10^5 \cdot 256 \text{ Мб} \cdot 1024 = 13 \times 10^{10} \text{ Мб информации.}$$

Из сравнения полученных чисел становится понятно, что с такой точки зрения доставка информации при помощи ракеты быстрее примерно в 650 раз.

5. В самом-самом начале космической эры американские ученые неверно учитывали (или не учитывали вовсе) вращение Земли при расчете места посадки первых космических аппаратов. Приняв во внимание, что запуски производились из космического центра им. Кеннеди (мыс Канаверал), оцените, на каком расстоянии друг от друга могли находиться реальное и планируемое места посадки. Не забудьте учесть, что в самом-самом начале космической эры первые полеты представляли собой один-два оборота вокруг Земли.

Решение (8 баллов):

Сначала необходимо понять, как будет летать космический корабль, выведенный на круговую орбиту вокруг Земли из какой-либо точки. Необходимо также помнить, что космические запуски производятся в сторону вращения Земли по причине экономичности (вращение Земли придает дополнительную скорость). Если представить, что ракета взлетает в сторону вращения Земли с точки на экваторе, то его орбита так и останется лежать в плоскости экватора.

Если же ракета взлетает с какой-либо точки, удаленной от экватора по широте (широта мыса Канаверал составляет $\varphi = 28°35'$), то плоскость орбиты будет наклонена на такой же угол к экватору. Это понятно из того соображения, что центр Земли (вокруг него будет летать космический корабль), точка запуска корабля и вектор направления начальной скорости должны лежать в одной плоскости.

Теперь необходимо понять, каким же образом неучет вращения Земли может привести к изменению места приземления, если предположить, что приземление должно произойти недалеко от места взлета. После взлета космический корабль, по сути, становится свободным телом, независимым от Земли. Т.к. полет длится какое-то время, то Земля за это же время успевает повернуться на некоторый угол. Соответственно, ошибка американских ученых была в том, что они считали, что Земля не вращается для космического корабля точно так же, как и для них самих, оставшихся на поверхности Земли.

Самые первые полеты космических кораблей что СССР, что США длились порядка полутора-двух часов (например, полет Гагарина длился 1 час 48 минут, но полет был не по круговой орбите). Это же значение можно получить и из того соображения, что один оборот вокруг Земли на высоте 100 км с первой космической скоростью требует:

$$t = \frac{2\pi R_\oplus}{v_I} = \frac{6.28 \cdot 6500 \text{ км}}{7.9 \text{ км/с}} \approx 86 \text{ минут.}$$

За это время Земля успеет повернуться в сторону востока на угол $15°/\text{час} \cdot 86 \text{ минут} = 21.5°$. Угловая скорость вращения Земли вокруг своей оси вычисляется очень просто: за 24 часа Земля совершает оборот в 360 градусов. Значит, изначально планируемое место посадки сдвинется к западу на те же $21.5°$. Но чем дальше от экватора, тем меньшее получается линейное смещение. Оно пропорционально косинусу широты:

$$\Delta l = \Delta l_{\text{экв}} \cdot \cos\varphi = \frac{2\pi R_\oplus}{360°} \cdot 21°.5 \cdot \cos 28°.58 \approx 40000 \text{ км} \cdot 0.0597 \cdot 0.878 \approx 2100 \text{ км.}$$

Данное отклонение получается, если считать, что Земля не вращается относительно космического корабля. Если же считать, что она вращается, но с иной угловой скоростью, то полученное отклонение будет меньше. А если считать, что она вращается в обратную сторону, то корабль перелетит место взлета к востоку на эту же величину.